

SAYI SİSTEMLERİ

Decimal(Onlu) Sayı sistemi günlük hayatta kullandığımız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 rakamlarından oluşur. Decimal(Onlu) Sayı sisteminde her sayı bulunduğu basamağa göre değer alır. Sistemin tabanı 10'dur.

Örneğin 128 sayısı ;
 $128=1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$
 $128=1 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$
 $128=100 + 20 + 8$

şeklinde yazılacaktır. Örnekten görüldüğü gibi Decimal(Onlu) bir sayıda her basamak farklı üstel ifadelerle gösterilmiştir. Bu üstel ifade o basamağın ağırlığı olarak adlandırılır. O halde Decimal(Onlu) bir sayıyı analiz ederken basamaklardaki rakam ile basamak ağırlığını çarpmamız gerekiyor. Örnekte 3. basamaktaki 1 sayısının 100 ile, 2. basamaktaki 2 sayısı 10 ile ve 1. Basamaktaki 8 sayısı 1 ile çarpılır. Her basamaktaki çarpım sonucu toplanarak analiz sonlandırılır.

Not: $10^0=1$ olduğu unutulmamalı.

	n. basamak	4. basamak	3. basamak	2. basamak	1. basamak
Üstel değer	10^{n-1}	10^3	10^2	10^1	10^0
Ağırlık	10^{n-1}	1000	100	10	1

Örnek:

Decimal(Onlu) 2784 sayısının analizini yapalım; $2784=$
 $2 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$
 $2784=2 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 4 \times 1$
 $2784=2000 + 700 + 80 + 4$ $2784=2784$
şeklinde tanımlayabiliriz.

2.1.1.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILAR

Eğer verilen Decimal(Onlu) sayı ondalıklı ise bu durumda normal analiz işlemi devam eder yalnız ondalıklı ifadeyi 0'ı takip eden negatif sayılarla tanımlarız.

Örnek:

568,25 sayısının analizini yapınız.

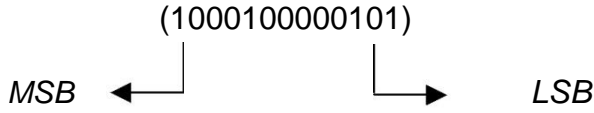
$$568,25=5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$
$$568,25=500+60+8+0,2+0,05 \quad 568,25=568,25$$

şeklinde tamamlanabilir.

2.2. BİNARY (İKİLİK) SAYI SİSTEMİ

Binary (İkilik) Sayı sisteminin tabanı 2'dir.Ve bu sistemde sadece "0" ve "1" rakamları kullanılmaktadır. Binary Sayı sisteminde' de Decimal(Onlu) Sayı sisteminde olduğu gibi her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.

Binary(İkilik) Sayı Sisteminde bulunan her '0' veya '1' rakamları *BİT (Binary Digit)* adı ile tanımlanır.Binary(İkili) sayılar yazılırken en sağıdaki basamağa *en düşük değerlikli bit* (Least Significant Bit-*LSB*),en soldaki basamağa *en yüksek değerlikli bit* (Most Significant Bit-*MSB*) adı verilir.



Decimal(Onlu) Sayıyı sadece iki rakamdan oluşan Binary(İkilik) sayılarla tanımlayabilmemiz Sayısal Sistemlerin iki voltaj seviyesini kullanarak farklı büyüklükleri tanımlanmasının anlaşılmasını sağlamaktadır.

2.2.1.BİNARY SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Binary sayıların yazımında tabanın iki olduğu unutulmamalıdır. Binary(ikili) sayıları Decimal(Onlu) sayılara dönüştürürken her bir bit basamak ağırlığı ile çarpılıp bu sonuçların toplanması gerekir.

Üstel değer	n.basamak 2^{n-1}	4.basamak 2^3	3.basamak 2^2	2.basamak 2^1	1.basamak 2^0
-------------	------------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Ağırlık	2^{n-1}	8	4	2	1
---------	-----------	---	---	---	---

Birkaç örnekle hem Binary sayıların yazımını ve Decimal(Onlu) sayılara dönüşümünü inceleyelim.

Örnek:

$$\begin{aligned}(1010)_2 &= (?)_{10} \\(1010)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\(1010)_2 &= 8 + 0 + 2 + 0 \\(1010)_2 &= 10\end{aligned}$$

Örnek:

$$\begin{aligned}(11001)_2 &= (?)_{10} \\(11001)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\(11001)_2 &= 16 + 8 + 0 + 0 + 1\end{aligned}$$

$$(11001)_2 = 25$$

Not:

Binary (İkili) sayıların Decimal(Onlu) karşılıkları bulunurken her basamak kendi basamak ağırlığı ile çarpılır. Çarpım sonuçları toplanarak dönüşüm tamamlanır.

Örnek:

Aşağıda verilen Binary(İkili) sayıların Decimal(Onlu) (Onlu) karşılıklarını bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a-} (101)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{b-} (1101)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{c-} (10011)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{d-} (111)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{e-} (0110)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{f-} (11101)_2 &= (\quad)_{10} \end{aligned}$$

2.2.2.ONDALIKLI BINARY SAYILARIN DECİMAL SAYILARA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Ondalık Binary (ikili) sayıları Decimal (onlu) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım iki metodudur. Ondalık kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$$\begin{aligned} (111,101)_2 &= (?)_{10} \\ (111,101)_2 &= 1x2^2+1x2^1+1x2^0+1x2^{-1}+0x2^{-2}+1x2^{-3} \\ (111,101)_2 &= 1x4+1x2+1x1+1x\frac{1}{2}+0x\frac{1}{4}+1x\frac{1}{8} \\ (111,101)_2 &= 4+2+1+0,5+0+0,125 \\ (111,101)_2 &= (7,625)_{10} \end{aligned}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalık Binary (İkili) sayıların Decimal(Onlu) karşılıklarını bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a-} (10,01)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{b-} (101,10)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{c-} (1,1101)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{d-} (110,11)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{e-} (1001,101)_2 &= (\quad)_{10} \\ \text{f-} (11,001)_2 &= (\quad)_{10} \end{aligned}$$

2.2.3.DECİMAL SAYILARIN BINARY SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Decimal(Onlu) sayıları Binary(İkilik) sayılara çevirirken “Bölme-2” metodu kullanılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$$(33)_{10} = (?)_2$$

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>	
33 2	16	1	LSB
16 2	8	0	
8 2	4	0	
4 2	2	0	
2 2	1	0	
1 2	0	1	MSB (100001)

$$(33)_{10} = (100001)_2$$

Örnek:

$$(172)_{10} = (?)_2$$

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>
172 2	86	0
86 2	43	0
43 2	21	1
21 2	10	1
10 2	5	0
5 2	2	1
2 2	1	0
1 2	0	1

$$(172)_{10} = (10111100)_2 \text{ sonucu elde edilir.}$$

Aşağıda Tablo 2.1’de 0’dan 15’e kadar olan Decimal (Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011

12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Tablo 2.1

İkili sayı sistemi, sayısal sistemlerin bilgiyi tanımlayabilmesi için yeterli olmasına rağmen fazla sayıda basamak kullanılması, bu sayı sistemi ile ilgili işlemlerin çok uzun sürmesi hata olasılığını beraberinde getirmektedir.

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onlu) sayıların Binary (İkili) karşılıklarını bulunuz.

- a- $(13)_{10} = (\quad)_2$
b- $(78)_{10} = (\quad)_2$
c- $(239)_{10} = (\quad)_2$
d- $(256)_{10} = (\quad)_2$
e- $(512)_{10} = (\quad)_2$
f- $(1971)_{10} = (\quad)_2$

2.2.4.ONDALIKLI DECİMAL SAYILARIN BİNARY SAYILARA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Ondalık Decimal(Onlu) Sayıların Binary(İkili) karşılıkları bulunurken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalık kısım, kesirli kısmın sıfıra veya sıfıra yakın bir değere ulaşıncaya kadar 2 ile çarpılır.

Örnek:

$$(7,8125)_{10} = (?)_2$$

ondalık decimal(onluk) sayısının binary(ikilik) karşılığını yazınız.

Çözüm:

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>														
7 2 = 3	1														
3 2 = 1	1	(7) ₁₀ =	(111) ₂												
1 2 = 0	1														
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding-right: 20px;">0,8125 : 2 1,625</td> <td style="text-align: center; padding-right: 20px;">0,625 : 2 1,250</td> <td style="text-align: center; padding-right: 20px;">0,250 : 2 0,500</td> <td style="text-align: center;">0,500 : 2 1,000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>				0,8125 : 2 1,625	0,625 : 2 1,250	0,250 : 2 0,500	0,500 : 2 1,000	↓	↓	↓	↓	1	1	0	1
0,8125 : 2 1,625	0,625 : 2 1,250	0,250 : 2 0,500	0,500 : 2 1,000												
↓	↓	↓	↓												
1	1	0	1												

Yazım sırası $(0,8125)_{10} = (0,1101)_2$ olarak gösterilebilir.

$(7,8125)_{10} = (111,1101)$ olarak yazılabilir.

Örnek:

Aşağıdaki Ondalık Decimal sayıları Binary Sayılara dönüştürün;

$$a-(0,125)_{10} = (?)_2$$

$$b-(11,1451)_{10} = (?)_2$$

$$c-(125,65)_{10} = (?)_2$$

2.2.5. BİNARY SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.2.5.1. BİNARY SAYILARDA TOPLAMA

Binary(İkilik) sayı sistemindeki temel toplama kuralları;

$0+0$	$= 0$	\longrightarrow	Elde 0	Toplam 0
$0+1$	$= 1$	\longrightarrow	Elde 0	Toplam 1
$1+0$	$= 1$	\longrightarrow	Elde 0	Toplam 1
$1+1$	$= 10$	\longrightarrow	Elde 1	Toplam 0
$1+1+1$	$= 11$	\longrightarrow	Elde 1	Toplam 1

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de iki sayı toplandığında eğer sonuç bir haneye sığmıyorsa bir elde(cary) oluşur.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyı toplayınız.

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ +(001)_2 \end{array}$$

Çözüm:

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ +(001)_2 \end{array}$$

Toplama işlemine Decimal(Onluk) Sayılarda olduğu gibi önce en düşük basamaktan başlarız.

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 0\ 1\ 1 \\ +0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0 \end{array}$$

	Toplam	Elde	
En sağdaki sütün 1 + 1 =	0	1	oluşan elde bir ¼st basamakla toplanır
Ortadaki sütün 1 + 1 + 0 =	0	1	oluşan elde bir ¼st basamakla toplanır
En soldaki sütün 1 + 0 + 0 =	1	0	

Not:

Eğer en y¼ksek değerlikli basamakların toplamında bir elde oluşmuş olsaydı, bu toplam sonucunun en y¼ksek değerlikli biti olarak karşımıza ¼ıkardı.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

$$\begin{array}{r}
 \text{a- } (11)_2 \\
 + (11)_2 \\
 \hline
 (110)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{3} \\
 \pm 3 \\
 \hline
 6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{b- } (100)_2 \\
 + (11)_2 \\
 \hline
 (111)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{c- } (111)_2 \\
 + (11)_2 \\
 \hline
 (1010)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{d- } (0110)_2 \\
 + (1111)_2 \\
 \hline
 (10101)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{e- } (11101)_2 \\
 + (1001)_2 \\
 \pm (111)_2 \\
 \hline
 (101101)_2
 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerekleştirin

$$\begin{array}{r}
 \text{a- } (101)_2 \\
 + (11)_2 \\
 \hline
 ()_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{b- } (110)_2 \\
 + (10)_2 \\
 \hline
 ()_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{c- } (1111)_2 \\
 + (111)_2 \\
 \hline
 ()_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{d- } (1111)_2 \\
 + (1111)_2 \\
 \hline
 ()_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{e- } (10111)_2 \\
 + (1101)_2 \\
 \pm (101)_2 \\
 \hline
 ()_2
 \end{array}$$

2.2.5.2 BİNARY SAYILARDA IKARMA

Binary (İkilik) sayı sistemindeki temel çıkarma kuralları;

$$\begin{array}{l}
 0-0 = 0 \quad \longrightarrow \text{ Bor 0} \quad \text{Sonuç 0} \\
 1-1 = 0 \quad \longrightarrow \text{ Bor 0} \quad \text{Sonuç 0} \\
 1-0 = 1 \quad \longrightarrow \text{ Borç 0} \quad \text{Sonuç 1} \\
 0-1 = 1 \quad \longrightarrow \text{ Borç 1} \quad \text{Sonuç 1}
 \end{array}$$

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de k¼¼k değerlikli bir basamaktan b¼y¼k değerlikli bir basamak çıkarıldığında, bir ¼stteki basamaktan bir borç (borrov) alınır ve çıkarma işlemi tamamlanır.

Örnek:

Aşağıda verilen iki Binary(İkilik) Sayıyı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ - (001)_2 \\ \hline (010)_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ = 3 \\ 2 \end{array}$$

Bir alt basamağa
1 borç verildiğinden

Bir üst basmaktan borç
alındığında bu sütun 10 olur

$$(0 - 0 = 0) \quad (10 - 1 = 1)$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 011 \\ \hline 010 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin.

$$\begin{array}{r} a- (11)_2 \\ - (10)_2 \\ \hline (01)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b- (100)_2 \\ - (011)_2 \\ \hline (001)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c- (101)_2 \\ - (011)_2 \\ \hline (010)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d- (1010)_2 \\ - (0011)_2 \\ \hline (0111)_2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin

$$\begin{array}{r} a- (111)_2 \\ - (011)_2 \\ \hline (\quad)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b- (110)_2 \\ - (10)_2 \\ \hline (\quad)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c- (1111)_2 \\ - (0111)_2 \\ \hline (\quad)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d- (1011)_2 \\ + (1001)_2 \\ \hline (\quad)_2 \end{array}$$

2.2.5.2.1 TAMAMLAYICI (KOMPLEMENTER) ARİTMETİĞİ

Sayı sistemlerinde direkt çıkarma yapılacağı gibi Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle de çıkarma yapılabilir Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle çıkarma işlemi aslında bir toplama işlemidir. Bu işlemde bir üst basamaktan borç alınmaz. Her sayı sistemine ilişkin iki adet tümleyen (komplementer) bulunabilir. Bunlar; r sayı sisteminin tabanını göstermek üzere

1. r-1. Komplementer
2. r. Komplementer

olarak gösterilebilir. Taban yerine konduğunda bu iki tümleyen (komplementer) Binary(İkilik) sayılarda 1. ve 2. Tümleyen (komplementer), Decimal(Onlu) sayılarda 9.

ve 10. Tümleyen (komplementer) adını alır.

r-1 Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı ve m haneli bir kesiri bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için:

$$r-1. \text{ Komplementeri} = r^n - r^{-m} - N$$

olur.

r. Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için , N' in

$$r. \text{ Komplementeri} = r^n - N$$

şeklinde bulunur.

Not:

Binary sayılarda kolay bir yöntem olarak 2' ye tümleyen 1'e tümleyene "1" eklenerek elde edilebilir.

$$2'ye \text{ tümleyen} = 1' e \text{ tümleyen} + 1$$

Bire-Tümleyenle Çıkarma:

Bir Binary(ikilik) sayının 1. Komplementeri basitçe her bir bitin tersinin alınması ile bulunur. İki Binary(ikilik) sayıyı 1.Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarmak için;

- Çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i bulunur. 1. Tümleyen (komplementer) bulunurken çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayısının eşit olması gerekir.
- Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i toplanır.
- En büyük değerlikli basamakta elde 1 oluşursa bu işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir
- Doğru sonuca ulaşmak için elde 1 buradan alınarak en küçük değerlikli basamakla toplanır.
- Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir doğru cevabı bulmak için sonuç terslenerek yazılır.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(ikilik) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (11001)_2 \text{ Çıkan sayının} \\ \underline{-(10011)_2} \text{ 1.Tümleyen} \\ \text{(komplementeri)} \end{array} \quad (10011)_2 \longrightarrow (01100)_2$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ + \underline{01100} \\ \hline 100101 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitifdir ve gerçek sonuç} \\ \text{+ 1 eldenin en sağdaki basamağa eklenmesi ile bulunur. } (00110)_2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary (İkili) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (1001)_2 \text{ Çıkan sayının} \\ \underline{-(1101)_2} \text{ 1.Tümleyen} \end{array} \quad (1101)_2 \longrightarrow (0010)_2$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ \pm \underline{0010} \\ \hline 1011 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir ve gerçek sonuç} \\ \text{çıkan sonucun terslenmesi ile bulunur.} \\ \\ -(0100)_2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 1. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

$$\begin{array}{r} a- (10011)_2 \\ - (10000)_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} b- (011011)_2 \\ - (100111)_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} c- (10001) \\ - (111)_2 \end{array}$$

İkiye-Tümleyenle Çıkarma:

Binary sayının 2. Tümleyen (komplementer) o sayının 1. Tümleyene (komplementer) 1 eklenerek bulunur.

$$2. \text{ Tümleyen (komplementer)} = 1. \text{ Tümleyen (komplementer)} + 1$$

İki Binary sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı ile birbirinden çıkarmak için;

- Çıkan sayının 2. Tümleyen (komplementer) bulunur. Çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayıları eşit olmalıdır.
- Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 2. tümleyen (komplementer) toplanır.
- Eğer toplama işlemi sonucunda en yüksek değerlikli basamakta bir elde oluşmuşsa çıkan sonuç pozitifdir, elde atılarak gerçek sonuca ulaşılır.
- Toplam sonucunda bir elde oluşmamışsa sonuç negatiftir. Çıkan sonucun tersi alındıktan sonra 1 eklenerek gerçek sonuca ulaşılır.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary (İkilik) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (10100)_2 \\ - (10011)_2 \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 1. \text{Tümleyen} \\ \text{(komplementer)} \end{array} \begin{array}{r} 10011 \\ \nearrow 2. \text{Tümleyen} \end{array} \begin{array}{r} 01100 \\ + \quad 1 \\ \hline 01101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | 11001 \\ + | 01101 \\ \hline 1 00110 \end{array}$$

Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitifdir ve gerçek sonuç eldenin atılması ile bulunur.

$$\begin{array}{r} | \\ \hline \rightarrow (00110)_2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkili) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (1011)_2 \\ - (1111)_2 \\ \hline \end{array}$$

1.Komplementeri 1111 → 0000
2. Komplementer + 1
0001

Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir ve gerçek sonuç çıkan sonucun tersine "1" eklenmesi ile bulunur.

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \pm \begin{array}{r} 0001 \\ 1100 \\ \hline \end{array} \\ \hline 0011 \\ \pm \quad 1 \\ \hline (-0100)_2 \text{ olur.} \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 2. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

$$\begin{array}{l} \text{a- } (11101)_2 \\ \text{- } (11010)_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{b- } (001100)_2 \\ \text{- } (101000)_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{c- } (11011) \\ \text{- } (101)_2 \end{array}$$

2.2.5.3 BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA ÇARPMA

Binary(İkili) Sayılarla Çarpma işlemi Decimal(Onluk) sayı sisteminin aynısı olup temel çarpma kuralları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{array}{l} 0 \times 0 = 0 \\ 0 \times 1 = 0 \\ 1 \times 0 = 0 \\ 1 \times 1 = 1 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkili) Sayının çarpımını hesaplayınız.

$$\begin{array}{r} (11)_2 \\ \times (11)_2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ + 11 \\ \hline 1001 \end{array}$$

Çarpma işlemi Decimal sayılardaki gibi gerçekleşir.

Örnek:

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin.

$$\begin{array}{r}
 \text{a- } (11)_2 \\
 \times (10)_2 \\
 \hline
 (110)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{b- } (100)_2 \\
 \times (011)_2 \\
 \hline
 (1100)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{c- } (101)_2 \\
 \times (011)_2 \\
 \hline
 (1111)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{d- } (1010)_2 \\
 \times (1001)_2 \\
 \hline
 (1011010)_2
 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin

$$\begin{array}{r}
 \text{a- } (111)_2 \\
 \times (101)_2 \\
 \hline
 (\quad)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{b- } (110)_2 \\
 \times (110)_2 \\
 \hline
 (\quad)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{c- } (1111)_2 \\
 \times (111)_2 \\
 \hline
 (\quad)_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{d- } (1011)_2 \\
 \times (1001)_2 \\
 \hline
 (\quad)_2
 \end{array}$$

2.2.5.4 BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA BÖLME

Binary(İkilik) Sayılarda kullanılan temel bölme kuralları aşağıdaki gibidir.
Binary(İkilik)

Sayılardaki bölme işlemi Decimal (Onluk) Sayı sisteminin aynısıdır.

$$\begin{array}{l}
 0 \mid 0 = 0 \\
 0 \mid 1 = 0 \\
 1 \mid 0 = 0 \\
 1 \mid 1 = 1
 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıdaki Bölme işlemini gerçekleştirin. $(1100)_2 \mid (100)_2$

$$\begin{array}{r}
 1100 \mid 100 \\
 \underline{-100} \quad 11 \\
 0100 \\
 \underline{-100} \\
 00
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 12 \mid 4 \\
 \underline{-12} \quad 3 \\
 00
 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen bölme işlemlerini gerçekleştirin.

$$\begin{array}{l}
 \text{a- } (110)_2 \mid (11)_2 \\
 \text{b- } (110)_2 \mid (10)_2 \\
 \text{c- } (1101)_2 \mid (1010)_2
 \end{array}$$

2.3. OCTAL (SEKİZLİ) SAYI SİSTEMİ

Sayısal Sistemler hernekadar ikilik sayı sistemini kullansalar da bir tasarımcı için

Binary (İkili) sayılarla işlem yapmak zahmetli bir işlem olması nedeniyle farklı sayı sistemlerinin kullanımı tasarımcılar arasında yaygınlaşmıştır. Kullanılan bu sayı sistemlerinden Octal (Sekizli) Sayı sisteminin tabanı sekiz olup 0,1,2,3,4,5,6,7 rakamları bu sayı sisteminde kullanılır.

2.3.1. OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Octal(Sekizli) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	8^{n-1}	8^3	8^2	8^1	8^0
Ağırlık	8^{n-1}	512	64	8	8

Örnek:

$(47)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$$(47)_8 = 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

$$(47)_8 = 4 \times 8 + 7 \times 1$$

$$(47)_8 = 32 + 7$$

$$(47)_8 = (39)_{10}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Octal(Sekizli) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

$$a-(13)_8 = (\quad)_{10}$$

$$b-(78)_8 = (\quad)_{10}$$

$$c-(139)_8 = (\quad)_{10}$$

$$d-(512)_8 = (\quad)_{10}$$

$$e-(1971)_8 = (\quad)_{10}$$

2.3.2.ONDALIKLI OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN DECİMAL(ONLUK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Ondalıkli Octal(Sekizli) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım 8 metodudur. Ondalıkli kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$(153,51)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$$(153,51)_8 = 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 1 \times 8^{-2}$$

$$(153,51)_8 = 1 \times 64 + 5 \times 8 + 3 \times 1 + 5 \times 0,125 + 1 \times 0,0156$$

$$(153,51)_8 = 64 + 40 + 3 + 0,625 + 0,0156$$

$$(153,51)_8 = (103,6406)_{10}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Octal(Sekizli) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

$$a-(19,25)_8 = (\quad)_{10}$$

$$b-(137,45)_8 = (\quad)_{10}$$

2.3.3.DECİMAL(ONLU) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Decimal(Onluk) sistemden Octal(Sekizli) sisteme dönüşüm "Bölme-8 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$$(247)_{10} = (?)_8$$

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>	
247 8	30	7	LSB
30 8			
3 8	0	3	MSB _____ (367) ₈

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Octal(Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

$$a-(13)_{10} = (\quad)_8$$

$$b-(78)_{10} = (\quad)_8$$

$$c-(239)_{10} = (\quad)_8$$

$$d-(512)_{10} = (\quad)_8$$

$$e-(1971)_{10} = (\quad)_8$$

2.3.4.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Ondalıklı Decimal(Onlu) Sayıları Octal(Sekizli) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım ise 8 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya yakın bir değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek:

$$(153,513)_{10} = (?)_8$$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>	
153 8	19	1	LSB
19 8	2	3	
3 8	0	2	MSB

(231)₈

0,513	0,104	0,832	0,656	0,248
÷ 8	÷ 8	÷ 8	÷ 8	÷ 8
4,104	0,832	6,656	5,248	1,984
4	0	6	5	1

$$(0,513)_{10} = (0,40651)_2 \text{ olarak gösterilebilir.}$$

$$(153,513)_{10} = (231,40651)_2$$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Decimal(Onluk) sayıların Octal(Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

$$a-(13,132)_{10} = (\quad)_8$$

$$b-(1971,56)_{10} = (\quad)_8$$

2.3.5.BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Binary(İkilik) sayıları Octal(Sekizli) sayılara dönüştürürken, Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru üçerli gruplara ayrılır. Her grubun Octal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:

$$(101110011)_2 = (?)_8$$

İlk önce Binary sayı sağdan sola doğru üçerli gruplara ayrılır:



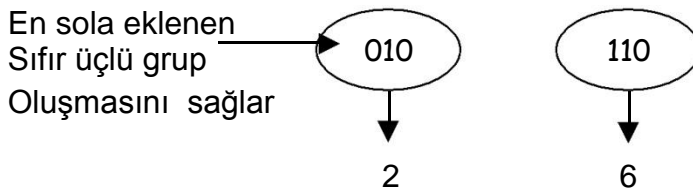
5 6 3

Bu üçerli grupların Octal Karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.
 $(101110011)_2 = (563)_8$

Not: Üçerli gruplandırmayı sağlamak için en sola gerektiği kadar "0" ilave edilir.

Örnek:

$$(10110)_2 = (?)_8$$



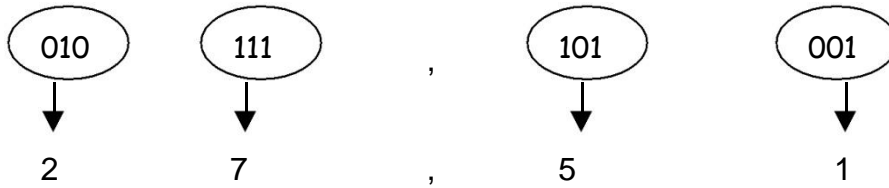
$$(10110)_2 = (26)_8 \text{ dönüşümü sağlanır.}$$

Tam ve kesirli kısmı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için, virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru üçerli gruplar hazırlanır.

Örnek:

$$(010111,101001)_2 = (?)_8$$

Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru üçerli gruplara ayırılır



$$(010111,101001)_2 = (27,51)_8$$

Örnek:

Aşağıdaki Binary (İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin

- a- $(11)_2 = (\quad)_8$
- b- $(11011)_2 = (\quad)_8$
- c- $(101111)_2 = (\quad)_8$
- d- $(111,11)_2 = (\quad)_8$

$$e-(1110,101)_2 = (\quad)_8$$

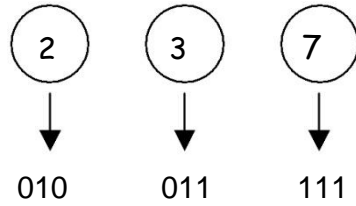
2.3.6. OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN BINARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Octal (Sekizli) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Octal (Sekizli) sayının üç bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:

$$(237)_8 = (?)_2$$

Her Octal Sayıyı üç bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.



$$(237)_8 = (010011111)_2 \text{ şeklinde bulunur.}$$

Aşağıda Tablo 2.3'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) sayıların Octal (Sekizlik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17

Tablo2.2

Örnek:

Aşağıdaki Binary(İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin

$$\begin{aligned}
a-(16)_8 &= (\quad)_8 \\
b-(110)_8 &= (\quad)_8 \\
c-(1763)_8 &= (\quad)_8 \\
d-(37618)_8 &= (\quad)_8
\end{aligned}$$

2.3.7. OCTAL (SEKİZLİ) SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.3.7.1. OCTAL (SEKİZLİ) SAYILARDA TOPLAMA

Decimal sayı sistemindeki bütün toplama kuralları Octal sayı sisteminde de geçerlidir.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

$a-(263)_8$	İşlemin yapılışı	1. Haneler	$3+7=2$	Elde 1
$+ (157)_8$		2. Haneler	$Elde1+6+5=4$	Elde 1
$(442)_2$		3. Haneler	$Elde1+2+1=4$	

Bu aritmetik işlemi ,sekizli sayıyı bilinen bir sayı sistemine dönüştürerek gerçekleştirebiliriz. Aşağıda Octal sayının Binary karşılıkları yazılarak Aritmetik işlem gerçekleştirilmiştir.

$(2 \ 6 \ 3)_8$	$(1 \ 5 \ 7)_8$	$(010110011)_2$	100	100	010
\swarrow	\swarrow	$+ (001101111)_2$	\downarrow	\downarrow	\downarrow
010	110	$(100100010)_2$	4	4	2

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

$a-(17)_8$	$b-(260)_8$	$c-(1736)_8$
$+ (33)_8$	$+ (21)_8$	$+ (345)_8$
$(\quad)_8$	$(\quad)_8$	$(\quad)_8$

2.3.7.2 OCTAL (SEKİZLİ) SAYILARDA ÇIKARMA

Decimal sayı sistemindeki bütün çıkarma kuralları Octal sayı sisteminde geçerlidir.

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştirin.

$a-(514)_8$	İşlemin yapılışı	1. Haneler	$4-2=2$
$- (452)_8$		2. Haneler	$(Borç8+1)-5=4$

(042)₈

3. Haneler

Kalan4 -4=0

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin

$$\begin{array}{r} \text{a- } (57)_8 \\ - (43)_8 \\ \hline ()_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b- } (1347)_8 \\ - (1274)_8 \\ \hline ()_8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c- } (2642)_8 \\ - (6114)_8 \\ \hline ()_8 \end{array}$$

2.4.HEXADECIMAL (ONALTILI) SAYI SİSTEMİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayı sisteminin tabanı 16 olup,0-9'a kadar rakamlar ve A-F' ye kadar harfler bu sayı sisteminde tanımlıdır. Bu sayı sisteminde rakamlar bu sembollerin yan yana yazılmasından elde edilir. Hanelerin basamak ağırlıkları sağdan sola doğru 16'nın artan kuvvetleri belirtilir. Aşağıdaki tablo 0-15 arası Decimal(Onlu) sayıların Hexadecimal karşılıklarını vermektedir.

Decimal	Hexadecimal	Decimal	Hexadecimal
0	0	8	8
1	1	9	9
2	2	10	A
3	3	11	B
4	4	12	C
5	5	13	D
6	6	14	E
7	7	15	F

Tablo 2.4

2.4.1.HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	16^{n-1}		16^2	16^1	16^0
Ağırlık	16^{n-1}	256	16	1

Örnek:

(39)₁₆ = (?)₁₀ dönüşümünü gerçekleştiriniz.

$$(39)_{16} = 3 \times 16^1 + 9 \times 16^0$$

$$(39)_{16} = 48 + 9$$

$$(39)_{16} = (57)_{10}$$

Örnek:

$$(1A3)_{16} = (?)_{10} \quad \text{dönüşümünü gerçekleştirin?}$$

$$(1A3)_{16} = 1 \times 16^2 + A \times 16^1 + 3 \times 16^0$$

$$A=10 \text{ ise}$$

$$(1A3)_{16} = 1 \times 256 + 10 \times 16 + 3 \times 1$$

$$(1A3)_{16} = 256 + 160 + 3$$

$$(1A3)_{16} = (419)_{10}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal(Onaltılık) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

$$a-(13)_{16} = (\quad)_{10}$$

$$b-(B8)_{16} = (\quad)_{10}$$

$$c-(1C9)_{16} = (\quad)_{10}$$

$$d-(ABF)_{16} = (\quad)_{10}$$

2.5.2.ONDALIKLI HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARIN DECİMAL(ONLUK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Ondalıkli Hexadecimal(Onaltılık) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol "Çarpım 16" metodudur. Ondalıkli kısma kadar olan bölüm normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürülürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$$(A,3)_{16} = (?)_{10} \quad \text{dönüşümünü gerçekleştirin?}$$

$$(A,3)_{16} = A \times 16^0 + 3 \times 16^{-1}$$

$$(A,3)_{16} = 10 \times 1 + 3 \times 0,0625$$

$$(A,3)_{16} = 10 + 0,1875$$

$$(A,3)_{16} = (10,1875)_{10}$$

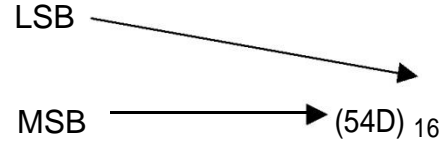
2.5.3.DECİMAL(ONLU) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Decimal(Onlu) sistemden Hexadecimal(Onaltılık) sisteme dönüşüm "Bölme-16" metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$$(1357)_{10} = (?)_{16}$$

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>
1357 16	84	13(D)
84 16	5	4
5 16	0	5



$$(1357)_{10} = (54D)_{16}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıklarını bulunuz.

a-(13)₁₀ = ()₁₆

b-(78)₁₀ = ()₁₆

c-(239)₁₀ = ()₁₆

d-(1512)₁₀ = ()₁₆

2.5.4.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Ondalıkli Decimal(Onlu) Sayıları Hexadecimal(Onaltılık) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıkli kısım ise 16 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya sıfıra en yakın değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek:

$$(25,125)_{10} = (?)_{16}$$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

<u>Bölünen</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>	
25 16	1	9	LSB
1 16	0	1	MSB

0,125
: $\frac{16}{2,00}$

$(0,125)_{10} = (0,2)_{16}$
 $(25,125)_{10} = (19,2)_{16}$ olarak yazılır.

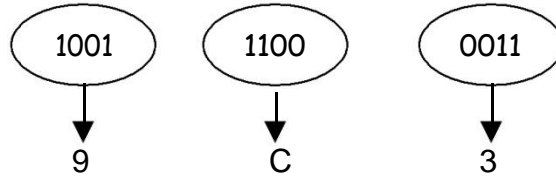
2.5.5.BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Binary(İ kilik) sayıları Hexadecimal(Onaltılık) sayılara dönüştürürken, Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru dörderli gruplara ayrılır. Her grubun Hexadecimal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:

$$(100111000011)_2 = (?)_{16}$$

İlk önce Binary sayı sağdan sola doğru dörderli gruplara ayrılır:



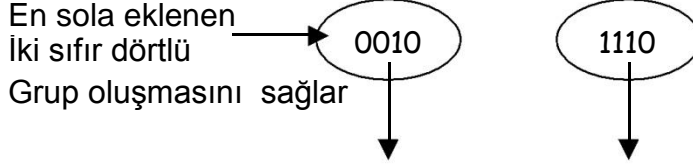
Bu dörderli grupların Hexadecimal karşılıkları yazılarak işlem

$$\text{tamamlanır. } (100111000011)_2 = (9C3)_{16}$$

Not:Dörderli gruplandırmayı sağlamak için en sola gerektiği kadar "0" ilave edilir.

Örnek:

$$(101110)_2 = (?)_{16}$$



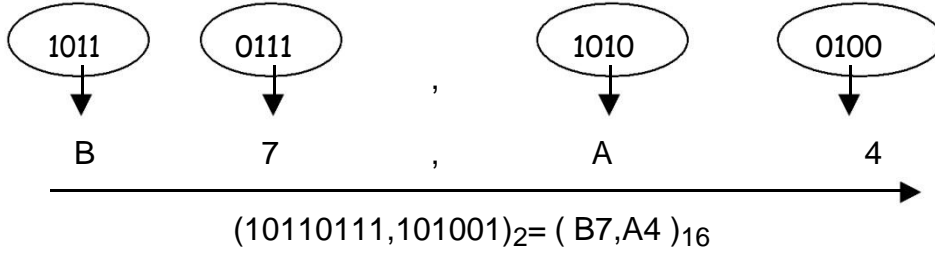
$$(101110)_2 = (2E)_{16} \text{ dönüşümü sağlanır.}$$

Tam ve kesirli kısmı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için, virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru dörderli gruplar hazırlanır.

Örnek:

$$(10110111,101001)_2 = (?)_{16}$$

Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru dörderli gruplara ayırılım



Örnek:

Aşağıdaki Binary(İkilik) Hexadecimal(Onaltılık) Dönüşümlerini gerçekleştirin

$$a-(17)_2 = (\quad)_{16}$$

$$b-(101111)_2 = (\quad)_{16}$$

$$c-(1110,101)_2 = (\quad)_{16}$$

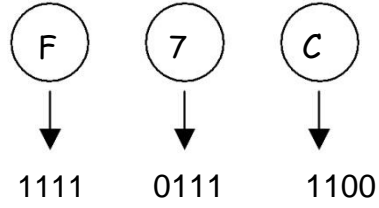
2.5.6. HEXADECİMAL(ONALTILI) SAYILARIN BİNARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVİRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılı) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Hexadecimal (Onaltılı) (Sekizli) sayının dört bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:

$$(F7C)_{16} = (?)_2$$

Her Hexadecimal Sayıyı dört bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.



$(F7C)_{16} = (111101111100)_2$ şeklinde bulunur.

Örnek:

Aşağıdaki Hexadecimal(Onaltılı) Binary(İkilik) Dönüşümlerini gerçekleştirin

a- $(16)_{16} = (\quad)_2$

b- $(CB1)_{16} = (\quad)_2$

c- $(1763)_{16} = (\quad)_2$

d- $(FA18)_{16} = (\quad)_2$

Aşağıda Tablo 2.5'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) , Octal(Sekizlik) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tablo 2.5

2.5.7. HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.5.7.1HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARDA TOPLAMA

Hexadecimal sayılarla iki şekilde toplama işlemini gerçekleştirebiliriz.Birinci yöntem sayının direk toplanması, diğer bir yöntem ise Hexadecimal sayının herhangi bir sayı

sistemine dönüştürülerekmeden toplama işleminin gerçekleştirilmesi. Aşağıdaki örnekte her iki şekilde gösterilmektedir.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(A17)_{16}$	İşlemin yapılışı →	1. Haneler	$3+7=10(A)$
$+ (1F3)_{16}$		2. Haneler	$1+F=0$ — Elde 1
$(C0A)_{16}$		3. Haneler	$Elde1+A+1=C$

Hexadecimal sayıların da ikili sayılara çevrilerek toplama işlemi gerçekleştirilebilir.

Örnek:

Aşağıdaki iki Hexadecimal sayıyı ikilik sayılara çevirerek toplayın.

$$\begin{array}{r} (56B)_{16} \\ + (47A)(9E5)_{16} \end{array}$$

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

$(56B)_{16}$	$(47A)_{16}$	$(010101101011)_2$	$(100111100101)_2$
↙ ↘	↙ ↘	$+ (010001111010)_2$	↙ ↘ ↘
0101 0110 1011	0100 0111 1010	$(10011100101)_2$	9 E 5
		$(56B)_{16}$	
		$+ (47A)_{16}$	
		$-(9E5)_{16}$	
a- $(2101)_{16}$	b- $(DEB0)_{16}$	c- $(7FFF)_{16}$	d- $(6734)_{16}$
$+ (CE)_{16}$	$+ (1C0)_{16}$	$+ (7FF)_{16}$	$+ (A7C9)_{16}$
$()_{16}$	$()_{16}$	$()_{16}$	$()_{16}$

2.5.7.2 HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARDA ÇIKARMA

Temel çıkarma kuralları geçerli olmak üzere Hexadecimal (Onaltılık) Sayılarla çıkarma işlemi yaparken sayıların direk çıkarılması, Tümlen aritmetiği gibi yöntemler izlenebileceği gibi bilinen bir sayı sistemine dönüşümü gerçekleştirerek bu sayı sisteminde çıkarma işlemi yapılabilir.

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştirin.

Çözüm:

	Hexadecimal B yerine	11 sayısını yazarız.	Hexadecimal A yerine	10 sayısını yazarız
a- $(56B)_{16}$	İşlemin	1. Haneler	11 -10=1	
- $(47A)_{16}$	yapılışı	2. Haneler	(Borç16+6)-7=15(F)	
$(0F1)_{16}$		3. Haneler	Kalan4 -4=0	

Hexadecimal sayılarda ikilik sayılara çevrilerek çıkarma işlemi gerçekleştirilebilir

Tümleyen (komplementer) (Tümleyen) Yöntemi İle Hexadecimal Sayıların Çıkarılması

Hexadecimal sayılar 15. ve 16. olmak üzere iki adet tümleyen (komplementer)e sahiptir. Bu iki Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarma işlemi gerçekleştirmek için ;

- 1) Hexadecimal Sayının 15. Tümleyen (komplementer)ini her basamağın " F" sayısından çıkarılması ile bulunur.
- 2) Hexadecimal Sayının 16. Tümleyen (komplementer)ini 15. Tümleyen (komplementer)e 1 eklenerek bulunur.

şeklinde Hexadecimal sayıların Komplementleri bulunur.

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 15. Tümleyen (komplementer)ini bulunuz.

$(C51)_{16}$	Sayının	F F F
	15.Komplementeri	- C 5 1
		$(3 A E)_{16}$

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 16. Komplementerini bulunuz.

$(1B3)_{16}$	Sayının	F F F	E 4 C
	15.Komplementeri	- 1 B 3	+ 1
		$(E 4 C)_{16}$	$(E 4 D)_{16}$

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Tümleyen yardımıyla çıkarmak için;

- 1) Çıkan sayının 15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i bulunur.
- 2) Ana sayı ile çıkan sayının 15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i toplanır.
- 3) Toplam sonunda bir elde oluşmuşsa sonuç pozitiftir;

a) İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan elde en sağdaki basamak ile toplanarak gerçek sonuca ulaşılır.

b) İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan bu elde dikkate alınmaz.

4- Toplam sonunda bir elde oluşmamışsa sonuç negatiftir;

a) İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç toplam sonucunun 15. Tümleyen (komplementer)idir.

b) İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç toplam sonucunun 16. Tümleyen (komplementer)dir.

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal (Onaltılık) sayıları tümleyen(komplementer) yardımıyla çıkarın.

$$\begin{array}{r} (784)_{16} \\ - (62A)_{16} \\ \hline ()_{16} \end{array}$$

Çözüm:

Bu işlem için öncelikle hangi tümleyen (komplementeri) kullanacağımıza karar vermeliyiz. Bu işlem için 15. tümleyen (komplementeri) kullanalım

$$\begin{array}{r} (62A)_{16} \\ \text{Sayının} \\ \text{15. Komplementeri} \\ \hline \text{F F F} \\ - 6 \underline{2} A \\ \hline (9 D 5)_{16} \end{array}$$

Bir sonraki işlem olarak ana sayı ile çıkan sayının 15. tümleyeni (komplementer) ile toplayalım.

784	İşlemin yapılışı	1. Haneler	5+4=9	
<u>+ 9D5</u>		2. Haneler	8+D=5	Elde 1
11 59		3. Haneler	1+7+9=1	Elde 1

Oluşan bu elde sonucu pozitif olduğunu gösterir. 15. tümleyen (komplementer) kullandığımızdan gerçek sonuç toplam sonucuna bu eldenin eklenmesi ile bulunur.

$$\begin{array}{r} 159 \\ \pm \quad \leftarrow \text{Elde toplam sonucuna eklenir} \\ \hline (15A)_{16} \end{array}$$

2.6.KODLAR VE KODLAMA

Sayısal sistemler için oluşturulmuş birçok farklı kod vardır ve her biri tasarlanmış oldukları işler için en ideal çözümleri sunmaktadırlar. Temel olarak kodlama iki küme arasında karşılığı tanımlanmış temel kurallar dizini olarak tanımlanır. Sayısal sistemlerin ikili mantık seviyesi ile tanımlanmaları sayısal tasarımcıların Binary sayı sistemini ve aritmetiğini bilmelerini zorunlu hale getirmiştir. Ancak her uygulama için Binary Sayılarla çalışmak fazla basamak sayı, uzun işlemler ve yüksek hata olasılığını ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle kodlar sayısal tasarımcılara daha kolay ve kullanışlı çözümler sunmaktadırlar.

Kodlar kendi arasında sayısal ve alfanümerik olmak üzere iki temel türde incelenebilir.

2.6.1SAYISAL KODLAR

Yalnızca Sayısal karakterler için tanımlı olan kodlara sayısal kodlar adı verilebilir. Temel sayısal kodlar aşağıda anlatılmaktadır.

2.6.1.1.BCD KODU (BINARY CODED DECIMAL CODE)

BCD kodlamada Decimal(Onlu) sayı sistemindeki her bir basamak kodlamadaki basamak ağırlığı yardımı ile dört bitlik karşılıkları yazılarak bulunur. Aşağıda en çok kullanılan BCD kodları anlatılmıştır.

2.6.1.1.A 8421 BCD KODU

Adından anlaşılacağı gibi bu kodlamada en yüksek basamak ağırlığı (2^3) 8, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (2^1) 2 ve en düşük basamak ağırlığı (2^0) 1 olarak belirlenmiştir. Buna göre her bir Decimal Sayının dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır.

Aşağıdaki Tablo 2.6'da Decimal rakamların 8-4-2-1 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	8421
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000

9	1001

Tablo 2.6

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 8421 BCD kod karşılığını bulun

$$(19)_{10} = ()_{8421}$$

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 8421 BCD karşılığı yazılarak bulunur;

$$\begin{array}{ccc}
 & 1 & 9 \\
 \swarrow & & \swarrow \\
 0001 & & 1001
 \end{array}
 \quad (19)_{10} = (00011001)_{8421}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

- a- $(23,4)_{10} = ()_{8421}$
- b- $(79)_{10} = ()_{8421}$
- c- $(158)_{10} = ()_{8421}$
- d- $(6231)_{10} = ()_{8421}$

2.6.1.1.B 84-2-1 BCD KODU

Bu kodlama temelinde 8421 BCD koduna benzemekle beraber basamak ağırlıklarının bir bölümün negatiftir. En yüksek basamak ağırlığı (2^3) 8, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (-2^1) -2 ve en düşük basamak ağırlığı (-2^0) -1 olarak belirlenmiştir. Buna göre her bir Decimal Sayının dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır.

Aşağıdaki tabloda Decimal rakamların 84-2-1 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	84-2-1
0	0000
1	0111
2	0110
3	0101
4	0100
5	1011
6	1010
7	1001
8	1000
9	1111

Tablo 2.7

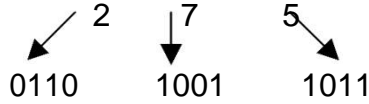
Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 84-2-1 BCD kod karşılığını bulun

$$(275)_{10} = ()_{84-2-1}$$

Çözüm:

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 84-2-1 BCD karşılığı yazılarak bulunur;



$$(275)_{10} = (011010011011)_{84-2-1}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 84-2-1 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

- a- $(19,7)_{10} = ()_{84-2-1}$
- b- $(57)_{10} = ()_{84-2-1}$
- c- $(618)_{10} = ()_{84-2-1}$
- d- $(4239)_{10} = ()_{84-2-1}$

2.6.1.1.B 2421 BCD KODU

Bu kodlamada basamak ağırlıkları en yüksek basamak ağırlığı (2^1) 2, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (2^1) 2 ve en düşük basamak ağırlığı (2^0) 1 olarak belirlenmiştir. Decimal Sayının bu basamak ağırlıklarına göre dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır. Aşağıda Tablo 2.8’de Decimal rakamların 2421 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	2421
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	1011
6	1100
7	1101
8	1110
9	1111

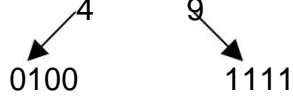
Tablo 2.8

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 2421 BCD kod karşılığını bulun

$$(49)_{10} = (\quad)_{2421}$$

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 2421 BCD karşılığı yazılarak bulunur;



$$(49)_{10} = (01001111)_{2421}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(15)_{10} = (\quad)_{8421}$

b- $(43)_{10} = (\quad)_{8421}$

c- $(918)_{10} = (\quad)_{8421}$

d- $(7319)_{10} = (\quad)_{8421}$

2.6.1.2.ARTIK-3 (EXCESS-3) KODU

Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarına 3(0011) eklenerek elde edilir. Bu kodlama bazı aritmetik işlemlerde kolaylık sağlamasına rağmen tümleyen almadaki güçlükleri kullanımda azalamaya yol açmıştır. Aşağıda Tablo 2.9'da Decimal rakamların Artık-3 kod karşılıkları verilmiştir.

Decima	8421	Xs-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

Tablo 2.9

Örnek:

Aşağıdaki Decimal sayıları Artık-3 koduna dönüştürün.

a- $(5)_{10} = (\quad)_{xs-3}$

$$\begin{array}{r} 5 _ \quad 0101 \\ + 3 _ \quad +0011 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \blacktriangleright \\ \blacktriangleright \\ 8 \rightarrow \end{array} 0100$$
$$(5)_{10} = (0100)_{X_{S-3}}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların Artık-3 kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(11,4)_{10} = (\quad)_{X_{S-3}}$

b- $(36)_{10} = (\quad)_{X_{S-3}}$

c- $(721)_{10} = (\quad)_{X_{S-3}}$

d- $(3315)_{10} = (\quad)_{X_{S-3}}$

2.6.1.3.GRAY KODU

Yansımali kodlar adıyla anılan Gray kodunda sayilar arasindaki geçişte sadece bir bit değişir. Bu kodlamanın basamak ağırlığı olmadığından aritmetik işlemlerde kullanılması mümkün değildir. Ancak hatayı azaltığından özellikle Analog-Sayısal dönüştürücülerde, bilgisayar kontrollü cihazlarda oldukça tercih edilen bir kodlamadır.

2.6.1.3.1 BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN GRAY KODUNA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Binay(İkili) sayıları Gray Koduna dönüştürürken;

- En yüksek değerlikli (MSB) bit aşağı indirilir .
- Her bit solundaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır.
- Bu işlem en düşük değerlikli (LSB) bite kadar devam eder.
- Elde edilen sayı, Binary sayının Gray kod karşılığıdır.

Not Decimal Sayıların Gray koduna dönüştürülmesi istenirse Decimal Sayının ncelikle Binary karşılığı bulunur.

rnek:

Aşağıdaki Decimal sayıları Gray koduna dönüştürün.

zm:

$(45)_{10} = ()_{GRAY}$ sayısının Binary karşılığı

$(45)_{10} = (101101)_2$ olacaktır.

I.Adım En yüksek değerlikli bit MSB Gray Kodunun 1. basamağını oluşturur.

1	0	1	1	0	1	Binary
↓						
1						Gray

II.Adım En yüksek değerlikli bit sağındaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır

1	+	0		1	1	0	1	Binary
		↓						
1		1						Gray