SAYI SISTEMLERI

Decimal(Onlu) Sayı sistemi günlük hayatta kullandığım ız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 rakamlarından oluşur. Decimal(Onlu) Sayı sisteminde her sayı bulunduğu basamağa göre değer alır. Sistemin tabanı 10'dur.

Örneğin 128 sayısı ;
$128=1x10^2 + 2x10^1 + 8x10^0$
128=1x100 + 2x10 + 8x1
128=100 + 20 + 8

şeklinde yazılacaktır. Örnekten görüldüğü gibi Decimal(Onlu) bir sayıda her basamak farklı üstel ifadelerle gösterilmiştir. Bu üstel ifade o basamağın ağırlığı olarak adlandırılır. O halde Decimal(Onlu) bir sayıyı analiz ederken basamaklardaki rakam ile basamak ağırlığını çarpmamız gerekiyor. Örnekte 3. basamaktaki 1say ısı 100 ile, 2. basamaktaki 2 sayısı 10 ile ve 1. Basamaktaki 8 sayısı 1 ile çarpılır. Her basamaktaki çarpım sonucu toplanarak analiz sonlandırılır.

Not: $10^0=1$ olduğu unutulmamalı.

	n. basamak	.....	4. basamak	3. basamak	2. basamak	1. basamak
Üstel değer	10^{n-1}	....	10^3	10^2	10^1	10^0
Ağırlık	10^{n-1}	....	1000	100	10	1

Örnek:

Decimal(Onlu) 2784 sayısının analizini yapalım; 2784=
$2x10^3+7x10^2+8x10^1+4x10^0$
2784=2x1000+3x100+8x10+4x1
2784=2000+700+80+4 2784=2784
şeklinde tanımlayabiliriz.

2.1.1.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILAR

Eğer verilen Decimal(Onlu) sayı ondalıklı ise bu durumda normal analiz i şlemi devam eder yalnız ondalıklı ifadeyi 0'ı takip eden negatif sayılarla tanımlarız.

Örnek:

568,25 sayısının analizini yapınız.

$568,25=5x10^2+6x10^1+8x10^0+2x10^{-1} +5x10^{-2}$
568,25=500+60+8+0,2+0,05 568,25=568,25

şeklinde tamamlanabilir.

2.2. BİNARY (İKİLİK) SAYI SİSTEMİ

Binary (İkilik) Sayı sisteminin tabanı 2'dir.Ve bu sistemde sadece "0" ve "1" rakamları kullanılmaktadır. Binary Sayı sisteminde' de Decimal(Onlu) Sayı sisteminde olduğu gibi her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.

Binary(İkilik) Sayı Sisteminde bulunan her '0' veya '1' rakamları *BİT* *(BInary DigiT)* adı ile tanımlanır.Binary(İkili) sayılar yazılırken en sağdaki basamağa *en düşük değerlikli* bit (Least Significant Bit-*LSB*),en soldaki basamağa *en yüksek değerlikli* bit (Most Significant Bit-*MSB*) adı verilir.

(1000100000101)

MSB ← → *LSB*

Decimal(Onlu) Sayılıları sadece iki rakamdan oluşan Binary(İkilik) sayılarla tanımlayabilmemiz Sayısal Sistemlerin iki voltaj seviyesini kullanarak farklı büyüklükleri tanımlanmasının anlaşılmasını sağlamaktadır.

2.2.1.BİNARY SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary sayıların yazımında tabanın iki olduğu unutulmamalıdır. Binary(ikili) sayıları Decimal(Onlu) sayılara dönüştürürken her bir bit basamak ağırlığı ile çarpılıp bu sonuçların toplanması gerekir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	2^{n-1}	2^3	2^2	2^1	2^0
Ağırlık	2^{n-1}	8	4	2	1

Birkaç örnekle hem Binary sayıların yazımını ve Decimal(Onlu) sayılara dönüşümünü inceleyelim.

Örnek:

$(1010)_2 = (?)_{10}$

$(1010)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

$(1010)_2 = 8 + 0 + 2 + 0$

$(1010)_2 = 10$

Örnek:

$(11001)_2 = (?)_{10}$

$(11001)_2 = 1x\ 2^4 + 1x\ 2^3 + 0x\ 2^2 + 0x\ 2^1 + 1x\ 2^0$

$(11001)_2 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1$

$(11001)_2 = 25$

Not:

Binary (İ kilik) sayıların Decimal(Onlu) karşılıkları bulunurken her basamak kendi basamak ağırlığı ile çarpılır. Çarpım sonuçları toplanarak dönüşüm tamamlanır.

Örnek:

Aşağıda verilen Binary(İkilik) sayıların Decimal(Onlu) (Onlu) karşılıklarını bulunuz.

a-$(101)_2 = (\qquad)_{10}$
b-$(1101)_2 = (\qquad)_{10}$
c-$(10011)_2 = (\qquad)_{10}$
d-$(111)_2 = (\qquad)_{10}$
e-$(0110)_2 = (\qquad)_{10}$

f-$(11101)_2 = (\qquad)_{10}$

2.2.2.ONDALIKLI BİNARY SAYILARIN DECİMAL SAYILARA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Ondalıklı Binary (ikilik) sayıları Decimal (onlu) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım iki metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$(111,101)_2 = (?)_{10}$
$(111,101)_2 = 1x2^2+1x2^1+1x2^0+1x2^{-1}+0x2^{-2}+1x2^{-3}$ (
$111,101)_2 = 1x4+1x2+1x1+1x½+0x¼+1x⅛$
$(111,101)_2 = 4+2+1+0,5+0+0,125$
$(111,101)_2 = (7,625)_{10}$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Binary (İkilik) sayıların Decimal(Onlu) karşılıklarını bulunuz.

a- $(10,01)_2 = (\qquad)_{10}$
b- $(101,10)_2 = (\qquad)_{10}$
c- $(1,1101)_2 = (\qquad)_{10}$
d - $(110,11)_2 = (\qquad)_{10}$
e- $(1001,101)_2 = (\qquad)_{10}$

f- $(11,001)_2 = (\qquad)_{10}$

2.2.3.DECİMAL SAYILARIN BİNARY SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onlu) sayıları Binary(İkilik) sayılara çevirirken “Bölme-2” metodu kullanılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(33)_{10} = (\ ?\ )_2$

Bölünen	Bölüm	Kalan	
$33 \mid 2$	16	1	LSB
$16 \mid 2$	8	0	
$8 \mid 2$	4	0	
$4 \mid 2$	2	0	
2 2	1	0	
$1 \mid 2$	0	1	MSB (100001)

$(33)_{10} = (100001\ )_2$

Örnek:

$(172)_{10} = (\ ?\ )_2$

Bölünen	Bölüm	Kalan
$172 \mid 2$	86	0
$86 \mid 2$	43	0
$43 \mid 2$	21	1
$21 \mid 2$	10	1
10 2	5	
$5 \mid 2$	2	1
$2 \mid 2$	1	0
$1 \mid 2$	0	1

$(172)_{10} = (10111100)_2$ sonucu elde edilir.

Aşağıda Tablo 2.1’de 0’dan 15’e kadar olan Decimal (Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011

12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Tablo 2.1

İkili say ı sistemi, sayısal sistemlerin bilgiyi tanımlayabilmesi için yeterli olmasına rağmen fazla sayıda basamak kullan ılması, bu sayı sistemi ile ilgili işlemlerin çok uzun sürmesi hata olasılığını beraberinde getirmektedir .

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{10}$ = ($)_2$
b-$(78)_{10}$ = ($)_2$
c-$(239)_{10}$ = ($)_2$
d-$(256)_{10}$ = ($)_2$
e-$(512)_{10}$ = ($)_2$
f-$(1971)_{10}$ = ($)_2$

2.2.4.ONDALIKLI DECİMAL SAYILARIN BİNARY SAYILARA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Ondalıklı Decimal(Onlu) Sayıların Binary(İkilik) karşılıkları bulunurken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım, kesirli kısmın sıfıra veya sıfıra yakın bir değere ulaşıncaya kadar 2 ile çarpılır.

Örnek:

$$(7{,}8125)_{10} = (\ ?\ )_2$$

ondalıklı decimal(onluk) sayısının binary(ikilik) karşılığını yazınız.

Çözüm:

İ lk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölüm		Kalan
7 |2=	3	1
3 |2=	1	1
1 |2=	0	1

$(7)_{10}$ = (111 $)_2$

0,8125	0, 625	0,250	0,500
: 2	: 2	: 2	: 2
1,625	1,250	0,500	1,000
↓	↓	↓	↓
1	1	0	1

Yazım sırası $(0{,}8125)_{10}$ = $(0{,}1101)_2$ olarak gösterilebilir.

$(7{,}8125)_{10}=(111{,}1101)$ olarak yazılabilir.

Örnek:

Aşağıdaki Ondalıklı Decimal sayıları Binary Sayılara dönüştürün;

a-$(0{,}125)_{10}$ = $(\ ?\ )_2$
b-$(11{,}1451)_{10}$ = $(\ ?\ )_2$
c-$(125{,}65)_{10}$ = $(\ ?\ )_2$

2.2.5. BİNARY SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.2.5.1. BİNARY SAYILARDA TOPLAMA

Binary(İkilik) sayı sistemindeki temel toplama kuralları;

0+0 = 0 → Elde 0 Toplam 0
0+1 = 1 → Elde 0 Toplam 1
1+0 = 1 → Elde 0 Toplam 1
1+1 = 10 → Elde 1 Toplam 0
1+1+1 = 11 → Elde 1 Toplam 1

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de iki sayı toplandığında eğer sonuç bir haneye sığmıyorsa bir elde(cary) oluşur.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyı toplayınız.

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ \underline{+(001)_2} \end{array}$$

Çözüm:

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ \underline{+(001)_2} \end{array}$$

Toplama işlemine Decimal(Onluk) Sayılarda olduğu gibi önce en düşük basamaktan başlarız.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 1 & \\ & 0 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

		Toplam	Elde	
En sağdaki sütun 1 + 1	=	0	1	oluşan elde bir üst basamakla toplanır
Ortadaki sütun 1 + 1 + 0	=	0	1	oluşan elde bir üst basamakla toplanır
En soldaki sütun 1 +0 + 0	=	1	0	

Not:

Eğer en yüksek değerlikli basamakların toplamında bir elde oluşmuş olsaydı, bu toplam sonucunun en yüksek değerlikli biti olarak karşımıza çıkardı.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a-		b-	c-	d-	c-
$(11)_2$	3	$(100)_2$	$(111)_2$	$(0110)_2$	$(11101)_2$
$+\ \underline{(11)_2}$	$+\ \underline{3}$	$+\ \underline{(11)_2}$	$+\ \underline{(11)_2}$	$+\ \underline{(1111)_2}$	$(1001)_2$
$(110)_2$	6	$(111)_2$	$(1010)_2$	$(10101)_2$	$+\ \underline{(111)_2}$
					$(101101)_2$

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

a-	b-	c-	d-	c-
$(101)_2$	$(110)_2$	$(1111)_2$	$(1111)_2$	$(10111)_2$
$+\ \underline{(\ 11)_2}$	$+\ \underline{(10)_2}$	$+\ \underline{(111)_2}$	$+\ \underline{(1111)_2}$	$(1101)_2$
$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$	$+\ \underline{(101)_2}$
				$(\qquad)_2$

2.2.5.2 BİNARY SAYILARDA ÇIKARMA

Binary(İkilik) sayı sistemindeki temel çıkarma kuralları;

0-0 =0	$\longrightarrow$	Borç 0	Sonuç 0
1-1 = 0	$\longrightarrow$	Borç 0	Sonuç 0
1-0 = 1	$\longrightarrow$	Borç 0	Sonuç 1
0-1 = 1	$\longrightarrow$	Borç 1	Sonuç 1

şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de küçük değerlikli bir basamaktan büyük değerlikli bir basamak çıkarıldığında,bir üstteki basamaktan bir borç(borrov) alınır ve çıkarma işlemi tamamlanır.

Örnek:

Aşağıda verilen iki Binary(İkilik) Sayıyı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (011)_2 \\ -\ \underline{(001)_2} \\ (010)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ -\ \underline{3} \\ 2 \end{array}$$

Bir alt basamağa
1 borç verildiğinden
(0 – 0= 0)

Bir üst basmaktan borç
alındığında bu sütun 10 olur
(10 – 1 = 1)

$$\begin{array}{rrr} 0 & & \\ \cancel{1} & {}^{1}0 & 1 \\ -\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin.

$$\begin{array}{r} a\text{-}\ (11)_2 \\ \underline{-\ (10)_2} \\ (\ 01)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} b\text{-}\ (100)_2 \\ \underline{-\ (011)_2} \\ (001)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} c\text{-}\ \ (101)_2 \\ \underline{-}\ \ \underline{(011)_2} \\ (010)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d\text{-}\ (1010)_2 \\ \underline{-\ (0011)_2} \\ (0111)_2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin

$$\begin{array}{r} a\text{-}\ (111)_2 \\ -\ \underline{(011)_2} \\ (\quad)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} b\text{-}\ (110)_2 \\ \underline{-}\ \underline{(10)_2} \\ (\quad)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} c\text{-}\ \ (1111)_2 \\ \underline{-}\ \ \underline{(0111)_2} \\ (\quad\ \ )_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} d\text{-}\ (1011)_2 \\ \underline{+\ (1001)_2} \\ (\quad\ \ )_2 \end{array}$$

2.2.5.2.1TAMAMLAYICI (KOMPLEMENTER) ARİTMETİĞİ

Sayı sistemlerinde direkt çıkarma yapılacağı gibi Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle de çıkarma yapılabilir Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle çıkarma işlemi aslında bir toplama işlemidir. Bu işlemde bir üst basamaktan borç alınmaz. Her sayı sistemine ilişkin iki adet tümleyen (komplementer) bulunabilir. Bunlar; r sayı sisteminin tabanını göstermek üzere

1. r-1. Komplementer
2. r. Komplementer

olarak gösterilebilir. Taban yerine konduğunda bu iki tümleyen (komplementer) Binary(İkilik) sayılarda 1. ve 2. Tümleyen (komplementer), Decimal(Onlu) sayılarda 9.

ve 10. Tümleyen (komplementer) adını alır.

r-1 Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı ve m haneli bir kesiri bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için:

r-1. Komplementeri = $r^n - r^{-m} - N$

olur.

r. Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için , N' in

r. Komplementeri = $r^n - N$

şeklinde bulunur.

Not:

Binary sayılarda kolay bir yöntem olarak 2' ye tümleyen 1'e tümleyene "1" eklenerek elde edilebilir.

2'ye tümleyen = 1' e tümleyen+1

Bire-Tümleyenle Çıkarma:

Bir Binary(ikilik) sayının 1. Komplementeri basitçe her bir bitin tersinin alınması ile bulunur. İki Binary(İkilik) sayıyı 1.Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarmak için;

a) Çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i bulunur. 1. Tümleyen (komplementer) bulunurken çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayısının eşit olması gerekir.

b) Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i toplanır.

c) En büyük değerlikli basamakta elde 1 oluşursa bu işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir

d) Doğru sonuca ulaşmak için elde 1 buradan alınarak en küçük değerlikli basamakla toplanır.

e) Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir doğru cevabı bulmak için sonuç terslenerek yazılır.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(11001)_2$ Çıkan sayının $(10011)_2 \longrightarrow (01100)_2$

$\underline{-(10011)_2}$ 1.Tümleyen (komplementer)i

$$
\begin{array}{r}
11001 \\
+\ \underline{01100} \\
1\ 00101
\end{array}
$$

Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitiftir ve gerçek sonuç

\+ 1 eldenin en sağdaki basamağa eklenmesi ile bulunur. $(00110)_2$

***Örnek**:*

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(1001)_2$ Çıkan sayının $(1101)_2$ ——— $(0010)_2$

$\underline{-(1101)_2}$ 1.Tümleyen

$$
\begin{array}{r}
1001 \\
+\ \underline{0010} \\
1011
\end{array}
$$

Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir ve gerçek sonuç çıkan sonucun terslenmesi ile bulunur.

$-(0100)_2$

Örnek:

Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 1. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

a- $(10011)_2$	b- $(011011)_2$	c- (10001)
$-(10000)_2$	$-(100111)_2$	$-(111)_2$

İ kiye-Tümleyenle Çıkarma:

Binary sayının 2. Tümleyen (komplementer)i o sayının 1. Tümleyene (komplementer) 1 eklenerek bulunur.

2. Tümleyen (komplementer)= 1. Tümleyen (komplementer)+1

İ ki Binary sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı ile birbirinden çıkarmak için;

a) Çıkan sayının 2. Tümleyen (komplementer)i bulunur. Çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayıları eşit olmalıdır.

b) Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 2. tümleyen (komplementer)i toplanır.

c) Eğer toplama işlemi sonucunda en yüksek değerlikli basamakta bir elde oluşmuşsa çıkan sonuç pozitiftir, elde atılarak gerçek sonuca ulaşılır.

d) Toplam sonucunda bir elde oluşmamışsa sonuç negatiftir. Çıkan sonucun tersi alındıktan sonra 1 eklenerek gerçek sonuca ulaşılır.

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(10100)_2$
$-(10011)_2$

$\longrightarrow$ 1.Tümleyen (komplementer) $\longrightarrow$ $10011 \longrightarrow 01100$

$$\begin{array}{r} 01100 \\ +\quad 1 \\ \hline 01101 \end{array}$$

2.Tümleyen $\longrightarrow$ 01101

$$\begin{array}{rr} & 11001 \\ + & 01101 \\ \hline & 1\,00110 \end{array}$$

1 00110 Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitiftir ve gerçek sonuç eldenin atılması ile bulunur.

$\longrightarrow (00110)_2$

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$$\begin{array}{r} (1011)_2 \\ \underline{-\,(1111)_2} \end{array}$$

1.Komplementeri 1111 $\rightarrow$ 0000

$$\begin{array}{r} 0000 \\ \underline{+\quad 1} \\ 0001 \end{array}$$

2. Komplementer

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \underline{+\ 0001} \\ 1100 \end{array}$$

Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir ve gerçek sonuç çıkan sonucun tersine "1" eklenmesi ile bulunur.

$$\begin{array}{r} 0011 \\ \underline{+\quad 1} \end{array}$$

$(-\,0100)_2$ olur.

Örnek:

Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 2. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

a- $\begin{array}{r} (11101)_2 \\ \underline{-\,(11010)_2} \end{array}$ b- $\begin{array}{r} (001100)_2 \\ \underline{-\,(101000)_2} \end{array}$ c- $\begin{array}{r} (11011) \\ \underline{-\ (101)_2} \end{array}$

2.2.5.3 BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA ÇARPMA

Binary(İ kilik) Sayılarla Çarpma işlemi Decimal(Onluk) sayı sisteminin aynısı olup temel çarpma kuralları aşağıdaki gibidir.

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Örnek:

Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyının çarpımını hesaplayınız.

$$\begin{array}{r} (11)_2 \\ \underline{x\quad (11)_2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{x\quad 3} \\ 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,1 \\ x\quad 1\,1 \\ 1\,1 \\ +\ 1\,1\ \ \\ 1\,0\,0\,1 \end{array}$$

Çarpma işlemi Decimal sayılardaki gibi gerçekleşir.

Örnek:

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(11)_2$ x $(10)_2$ = $(11\,0)_2$

b- $(100)_2$ x $(011)_2$ = $(1100)_2$

c- $(101)_2$ x $(011)_2$ = $(1111)_2$

d- $(1010)_2$ x $(1001)_2$ = $(1011010)_2$

Örnek:

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin

a- $(111)_2$ x $(101)_2$ = $(\quad\quad)_2$

b- $(110)_2$ x $(110)_2$ = $(\quad\quad)_2$

c- $(1111)_2$ x $(111)_2$ = $(\quad\quad)_2$

d- $(1011)_2$ x $(1001)_2$ = $(\quad\quad)_2$

2.2.5.4 BİNARY (İKİLİK) SAYILARDA BÖLME

Binary(İkilik) Sayılarda kullanılan temel bölme kuralları aşağıdaki gibidir. Binary(İkilik)
Sayılardaki bölme işlemi Decimal (Onluk) Sayı sisteminin aynısıdır.

0 | 0 = 0
0 | 1 = 0
1 | 0 = 0
1 | 1 = 1

Örnek:

Aşağıdaki Bölme işlemini gerçekleştirin. $(1100)_2$ | $(100)_2$

$$\begin{array}{r|l} 1100 & 100 \\ \hline -100 & 11 \\ \hline 0100 & \\ -100 & \\ \hline 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ \hline -12 & 3 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen bölme işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(110)_2$ | $(11)_2$
b- $(110)_2$ | $(10)_2$
c- $(1101)_2$ | $(1010)_2$

2.3. OCTAL (SEKİZLİ) SAYI SİSTEMİ

Sayısal Sistemler hernekadar ikilik sayı sistemini kullansalar da bir tasarımcı için

Binary (İkilik) sayılarla işlem yapmak zahmetli bir işlem olması nedeniyle farklı sayı sistemlerinin kullanımı tasarımcılar arasında yaygınlaşmıştır. Kullanılan bu sayı sistemlerinden Octal (Sekizli) Sayı sisteminin tabanı sekiz olup 0,1,2,3,4,5,6,7 rakamları bu sayı sisteminde kullanılır.

2.3.1. OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Octal(Sekizli) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	8^{n-1}	8^3	8^2	8^1	8^0
Ağırlık	8^{n-1}	512	64	8	8

Örnek:

$(47)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(47)_8 = 4x8^1+7x8^0$

$(47)_8 = 4x8+7x1$

$(47)_8 = 32+7$

$(47)_8 = (39)_{10}$

Örnek:

Aşağıda verilen Octal(Sekizli) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_8$ = ($)_{10}$

b-$(78)_8$ = ($)_{10}$

c-$(139)_8$ = ($)_{10}$

d-$(512)_8$ = ($)_{10}$

e-$(1971)_8$ = ($)_{10}$

2.3.2.ONDALIKLI OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN DECİMAL(ONLUK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Ondalıklı Octal(Sekizli) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım 8 metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$(153,51)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(153,51)_8 = 1x8^2+5x8^1+3x8^0+5x8^{-1}+1x8^{-2}$

$(153,51)_8 = 1x64+5x8+3x1+5x0,125+1x0,0156$

$(153,51)_8 = 64+40+3+0,625+0,0156$

$(153,51)_8 = (103,6406)_{10}$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Octal(Sekizli) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-$(19,25)_8$ = ($)_{10}$

b-$(137,45)_8$ = ($)_{10}$

2.3.3.DECİMAL(ONLU) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onluk) sistemden Octal(Sekizli) sisteme dönüşüm “Bölme-8 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(247)_{10} = (?)_8$

Bölünen	Bölüm	Kalan			
247 |8	30	7	LSB		
30 8					
3 |8	0	3	MSB	____________	$(367)_8$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Octal(Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{10}$ = ($)_8$
b-$(78)_{10}$ = ($)_8$
c-$(239)_{10}$ = ($)_8$
d-$(512)_{10}$ = ($)_8$

e-$(1971)_{10}$ = ($)_8$

2.3.4.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Ondalıklı Decimal(Onlu) Sayıları Octal(Sekizli) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım ise 8 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya yakın bir değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek:

$(153{,}513)_{10} = (\ ?\ )_8$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölünen	Bölüm	Kalan	
153 8	19	1	LSB
19 |8	2	3	
3 |8	0	2	MSB → $(231)_8$

0,513	0,104	0, 832	0,656	0,248
. 8	. 8	. 8	. 8	. 8
4,104	0,832	6,656	5,248	1,984

4 0 6 5 1

$(0{,}513)_{10} = (0{,}40651)_2$ olarak gösterilebilir.

$(153{,}513)_{10} = (231{,}40651)_2$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Decimal(Onluk) sayıların Octal(Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13{,}132)_{10} = (\qquad)_8$

b-$(1971{,}56)_{10} = (\qquad)_8$

2.3.5.BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary(İkilik) sayıları Octal(Sekizli) sayılara dönüştürürken,Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru üçerli gruplara ayrılır. Her grubun Octal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:

$(101110011)_2 = (\ ?\ )_8$

İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru üçerli gruplara ayrılır:

101 110 011

5 6 3

Bu üçerli grupların Octal Karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.

$(101110011)_2 = (\ 563\ )_8$

Not: Üçerli gruplandırmayı sağlamak için en sola gerektiği kadar “0” ilave edilir.

Örnek:

$(10110)_2 = (\ ?\ )_8$

En sola eklenen Sıfır üçlü grup Oluşmasını sağlar → 010 110

$$\begin{array}{cc} 010 & 110 \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & 6 \end{array}$$

$(10110)_2 = (\ 26\ )_8$ dönüşümü sağlanır.

Tam ve kesirli kısım ı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için,virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru üçerli gruplar hazırlanır.

Örnek:

$(010111{,}101001)_2 = (\ ?\ )_8$

Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru üçerli gruplara ayıralım

$$\begin{array}{ccccc} 010 & 111 & , & 101 & 001 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 7 & , & 5 & 1 \end{array}$$

$(010111{,}101001)_2 = (\ 27{,}51\ )_8$

Örnek:

Aşağıdaki Binary(İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin

a-$(11)_2$ = ($)_8$

b-$(11011)_2$ = ($)_8$

c-$(101111)_2$ = ($)_8$

d-$(111{,}11)_2$ = ($)_8$

e-$(1110,101)_2 = (\quad)_8$

2.3.6. OCTAL(SEKİZLİ) SAYILARIN BİNARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Octal (Sekizli) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Octal (Sekizli) sayının üç bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:

$(237)_8 = (?)_2$

Her Octal Sayıyı üç bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.

2 3 7

010 011 111

$(237)_8 = (010011111)_2$ şeklinde bulunur.

Aşağıda Tablo 2.3'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) sayıların Octal (Sekizlik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17

Tablo2.2

Örnek:

Aşağıdaki Binary(İkilik) Octal Dönüşümlerini gerçekleştirin

a-$(16)_8$	=	($)_8$
b-$(110)_8$	=	($)_8$
c-$(1763)_8$	=	($)_8$
d-$(37618)_8$	=	($)_8$

2.3.7. OCTAL (SEKİZLİ) SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.3.7.1. OCTAL (SEKİZLİ) SAYILARDA TOPLAMA

Decimal sayı sistemindeki bütün toplama kuralları Octal sayı sisteminde de geçerlidir.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(263)_8$	İşlemin	1. Haneler	3+7=2	Elde 1
+ $\underline{(157)_8}$	yapılışı	2. Haneler	Elde1+6+5=4	Elde 1
$(442)_2$		3. Haneler	Elde1+2+1=4	

Bu aritmetik işlemi ,sekizli sayıyı bilinen bir sayı sistemine dönüştürerek gerçekleştirebiliriz. Aşağıda Octal sayının Binary karşılıkları yazılarak Aritmetik işlem geçekleştirilmiştir.

$(2\ \ 6\ \ 3)_8 \quad (1\ \ 5\ \ 7)_8 \longrightarrow$

010 110 011 001 101 111

$$\begin{array}{r} (010110011)_2 \\ +\ \underline{(001101111)_2} \\ (100100010)_2 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 100 & 100 & 010 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 4 & 2 \end{array}$$

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

a- $(17)_8$	b- $(260)_8$	c- $(1736)_8$
+ $\underline{(33)_8}$	+ $\underline{(21)_8}$	+ $\underline{(345)_8}$
($)_8$	($)_8$	($)_8$

2.3.7.2 OCTAL (SEKİZLİ) SAYILARDA ÇIKARMA

Decimal sayı sistemindeki bütün çıkarma kuralları Octal sayı sisteminde geçerlidir.

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştirin.

a- $(514)_8$	İşlemin	1. Haneler	4 -2=2
- $\underline{(452)_8}$	yapılışı	2. Haneler	(Borç8+1)-5=4

(042)$_8$ 3. Haneler Kalan4 -4=0

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştirin

a-	b-	c-
$(57)_8$	$(1347)_8$	$(2642)_8$
$-(43)_8$	$-(1274)_8$	$-(6114)_8$
$(\quad)_8$	$(\quad)_8$	$(\quad)_8$

2.4.HEXADECIMAL (ONALTILI) SAYI SİSTEMİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayı sisteminin tabanı 16 olup,0-9'a kadar rakamlar ve A-F' ye kadar harfler bu sayı sisteminde tanımlıdır. Bu sayı sisteminde rakamlar bu sembollerin yan yana yazılmasından elde edilir. Hanelerin basamak ağırlıkları sağdan sola doğru 16'nın artan kuvvetleri belirtilir. Aşağıdaki tablo 0-15 arası Decimal(Onlu) sayıların Hexadecimal karşılıklarını vermektedir.

Decimal	Hexadecimal	Decimal	Hexadecimal
0	0	8	8
1	1	9	9
2	2	10	A
3	3	11	B
4	4	12	C
5	5	13	D
6	6	14	E
7	7	15	F

Tablo 2.4

2.4.1.HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARIN YAZILIŞI VE DECİMAL(ONLU) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	.....	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	16^{n-1}		16^2	16^1	16^0
Ağırlık	16^{n-1}	....	256	16	1

Örnek:

$(39)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştiriniz.

$(39)_{16} = 3x16^1+9x16^0$
$(39)_{16} = 48+9$ (39
$)_{16} = (57)_{10}$

Örnek:

$(1A3)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(1A3)_{16} = 1x16^2+Ax16^1+3x16^0$
A=10 ise

$(1A3)_{16} = 1x256+10x16+3x1$
$(1A3)_{16} = 256+160+3$
$(1A3)_{16} = (419)_{10}$

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal(Onaltılık) sayıların Decimal(Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{16}$ = ($)_{10}$
b-$(B8)_{16}$ = ($)_{10}$
c-$(1C9)_{16}$ = ($)_{10}$

d-$(ABF)_{16}$ = ($)_{10}$

2.5.2.ONDALIKLI HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARIN DECİMAL(ONLUK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Ondalıklı Hexadecimal(Onaltılık) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol "Çarpım 16" metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan bölüm normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürülürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$(A,3)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?
$(A,3)_{16} = Ax16^0+3x16^{1}$
$(A,3)_{16} = 10x1+3x0,0625$
$(A,3)_{16} = 10+0,1875$

$(A,3)_{16} = (10,1875)_{10}$

2.5.3.DECİMAL(ONLU) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Decimal(Onlu) sistemden Hexadecimal(Onaltılık) sisteme dönüşüm "Bölme-16 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(1357)_{10} = (?)_{16}$

Bölünen	**Bölüm**	**Kalan**	
1357 |16	84	13(D)	LSB
84 |16	5	4	
5 |16	0	5	MSB

$(54D)_{16}$

$(1357)_{10} = (54D)_{16}$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal(Onluk) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_{10}$ = ($)_{16}$

b-$(78)_{10}$ = ($)_{16}$

c-$(239)_{10}$ = ($)_{16}$

d-$(1512)_{10}$ = ($)_{16}$

2.5.4.ONDALIKLI DECİMAL(ONLU) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Ondalıklı Decimal(Onlu) Sayıları Hexadecimal(Onaltılık) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım ise 16 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya sıfıra en yakın değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek:

$(25{,}125)_{10} = (\ ?\ )_{16}$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölünen	Bölüm	Kalan	
25 |16	1	9	LSB
1 |16	0	1	MSB

$(19)_{16}$

$$\begin{array}{r} 0{,}125 \\ \times\ \underline{16} \\ 2{,}00 \end{array}$$

$(0{,}125)_{10} = (0{,}2)_{16}$

$(25{,}125)_{10} = (\ 19{,}2\ )_{16}$ olarak yazılır.

2.5.5.BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN HEXADECİMAL(ONALTILIK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Binary(İ kilik) sayıları Hexadecimal(Onaltılık) sayılara dönüştürürken,Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru dörderli gruplara ayrılır. Her grubun Hexadecimal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek:

$(100111000011)_2 = (\ ?\ )_{16}$

İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru dörderli gruplara ayrılır:

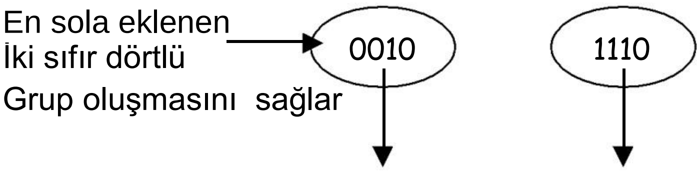
1001	1100	0011
↓	↓	↓
9	C	3

Bu dörderli grupların Hexadecimal karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır. $(100111000011)_2 = (\ 9C3\ )_{16}$

Not: Dörderli gruplandırmayı sağlamak için en sola gerektiği kadar “0” ilave edilir.

Örnek:

$(101110)_2 = (?)_{16}$



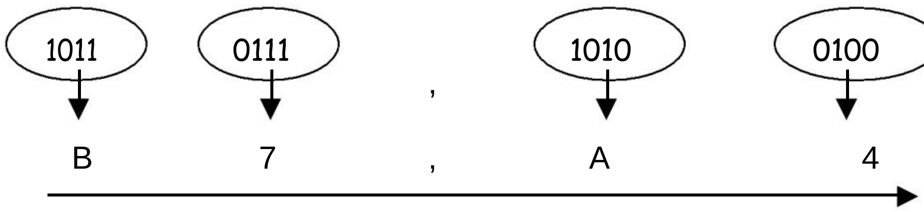
$(10110)_2 = (2E)_{16}$ dönüşümü sağlanır.

Tam ve kesirli kısmı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için,virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru dörderli gruplar hazırlanır.

Örnek:

$(10110111,101001)_2 = (?)_{16}$

Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru dörderli gruplara ayıralım



$(10110111,101001)_2 = (B7,A4)_{16}$

Örnek:

Aşağıdaki Binary(İkilik) Hexadecimal(Onaltılık) Dönüşümlerini gerçekleştirin

a-$(17)_2$ = ($)_{16}$

b-$(101111)_2$ = ($)_{16}$

c-$(1110,101)_2$ = ($)_{16}$

2.5.6. HEXADECİMAL(ONALTILI) SAYILARIN BİNARY(İKİLİK) SAYILARA ÇEVRİLMESİ

Hexadecimal (Onaltılı) sayıları Binary(İkilik) sayılara ; her Hexadecimal (Onaltılı) (Sekizli) sayının dört bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek:

$(F7C)_{16} =(?)_2$

Her Hexadecimal Sayıyı dört bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.

F	7	C
↓	↓	↓
1111	0111	1100

$(F7C)_{16} = (111101111100)_2$ şeklinde bulunur.

Örnek:

Aşağıdaki Hexadecimal(Onaltılı) Binary(İkilik) Dönüşümlerini gerçekleştirin

a-$(16)_{16} = (\qquad)_2$
b-$(CB1)_{16} = (\qquad)_2$
c-$(1763)_{16} = (\qquad)_2$

d-$(FA18)_{16} = (\qquad)_2$

Aşağıda Tablo 2.5'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) , Octal(Sekizlik) sayıların Hexadecimal(Onaltılık) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tablo 2.5

2.5.7. HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYI SİSTEMİ ARİTMETİĞİ

2.5.7.1HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARDA TOPLAMA

Hexadecimal sayılarla iki şekilde toplama işlemini gerçekleştirebiliriz.Birinci yöntem sayının direk toplanması, diğer bir yöntem ise Hexadecimal sayının herhangi bir sayı sistemine dönüştürülerekmeden toplama işleminin gerçekleştirilmesi. Aşağıdaki örnekte her iki şekilde gösterilmektedir.

Örnek:

Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(A17)_{16}$	İşlemin	1. Haneler	3+7=10(A)
+ $(1F3)_{16}$	yapılışı →	2. Haneler	1+F=0 ← Elde 1
$(C0A)_{16}$		3. Haneler	Elde1+A+1=C

Hexadecimal sayılarıda ikili sayılara çevrilerek toplama işlemi gerçekleştirilebilir.

Örnek:

Aşağıdaki iki Hexadecimal sayıyı ikilik sayılara çevirerek toplayın.

$$\begin{array}{r} (56B)_{16} \\ \underline{+\ (47A)(9E5)}_{16} \end{array}$$

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

$(56B)_{16}$ → 0101 0110 1011

$(47A)_{16}$ → 0100 0111 1010

$$\begin{array}{r} (010101101011)_2 \\ \underline{+(010001111010)_2} \\ (10011100101)_2 \end{array}$$

$(100111100101)_2$ → 9 E 5

$$\begin{array}{r} (56B)_{16} \\ \underline{+\ (47A)_{16}} \\ (9E5)_{16} \end{array}$$

a- $(2101)_{16}$	b- $(DEB0)_{16}$	c- $(7FFF)_{16}$	d- $(6734)_{16}$
+ $(CE)_{16}$	+ $(1C0)_{16}$	+ $(7FF)_{16}$	+ $(A7C9)_{16}$
$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$

2.5.7.2 HEXADECİMAL (ONALTILIK) SAYILARDA ÇIKARMA

Temel çıkarma kuralları geçerli olmak üzere Hexadecimal (Onaltılık) Sayılarla çıkarma işlemi yaparken sayıların direk çıkarılması, Tümleyen aritmetiği gibi yöntemler izlenebileceği gibi bilinen bir sayı sistemine dönüşümü gerçekleştirerek bu sayı sisteminde çıkarma işlemi yapılabilir.

Örnek:

Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştirin.

Çözüm:

Hexadecimal B yerine 11 sayısını yazarız. — Hexadecimal A yerine 10 sayısını yazarız

a- $(56B)_{16}$	İşlemin	1. Haneler	11 -10=1
- $(47A)_{16}$	yapılışı	2. Haneler	(Borç16+6)-7=15(F)
$(0F1)_{16}$		3. Haneler	Kalan4 -4=0

Hexadecimal sayılarda ikilik sayılara çevrilerek çıkarma işlemi gerçekleştirilebilir

Tümleyen (komplementer) (Tümleyen) Yöntemi İle Hexadecimal Sayıların Çıkarılması

Hexadecimal sayılar 15. ve 16. olmak üzere iki adet tümleyen (komplementer)e sahiptir. Bu iki Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarma işlemi gerçekleştirmek için ;

1) Hexadecimal Sayının 15. Tümleyen (komplementer)i her basamağın " F" sayısından çıkarılması ile bulunur.

2) Hexadecimal Sayının 16. Tümleyen (komplementer)i 15. Tümleyen (komplementer)e 1 eklenerek bulunur.

şeklinde Hexadecimal sayıların Komplementeleri bulunur.

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 15. Tümleyen (komplementer)ini bulunuz.

$(C51)_{16}$ Sayının 15.Komplementeri

```
  F F F
- C 5 1
  (3 A E)16
```

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 16. Komplementerini bulunuz.

$(1B3)_{16}$ → Sayının 15.Komplementeri

```
  F F F          E 4 C
- 1 B 3        +     1
  (E 4 C)16      (E 4 D)16
```

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Tümleyen yardımıyla çıkarmak için;

1) Çıkan sayının 15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i bulunur.

2) Ana sayı ile çıkan sayının15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i toplanır.

3) Toplam sonunda bir elde oluşmuşsa sonuç pozitiftir;

a) İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan elde en sağdaki basamak ile toplanarak gerçek sonuca ulaşılır.

b) İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan bu elde dikkate alınmaz.

4- Toplam sonunda bir elde oluşmamışsa sonuç negatiftir;

a) İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç toplam sonucunun 15. Tümleyen (komplementer)idir.

b) İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç toplam sonucunun 16. Tümleyen (komplementer)dir.

Örnek:

Aşağıda verilen Hexadecimal (0naltılık) sayıları tümleyen(komplementer) yardımıyla çıkarın.

$$\begin{array}{r} (784)_{16} \\ \underline{-\ (62A)_{16}} \\ (\ )_{16} \end{array}$$

Çözüm:

Bu işlem için öncelikle hangi tümleyen (komplementeri) kullanacağımıza karar vermeliyiz**.**Bu işlem için 15. tümleyen (komplementeri) kullanalım

$(62A)_{16}$ Sayının 15.Komplementeri

$$\begin{array}{r} F\ F\ F \\ \underline{-\ 6\ 2\ A} \\ (9\ D\ 5)_{16} \end{array}$$

Bir sonraki işlem olarak ana sayı ile çıkan sayının 15. tümleyeni (komplementer) ile toplayalım.

$$\begin{array}{r} 784 \\ \underline{+\ 9D5} \\ 11\ 59 \end{array}$$

İşlemin yapılışı			
	1. Haneler	5+4=9	
	2. Haneler	8+D=5	Elde 1
	3. Haneler	1+7+9=1	Elde 1

Oluşan bu elde sonucu pozitif olduğunu gösterir.15. tümleyen (komplementer) kullandığımızdan gerçek sonuç toplam sonucuna bu eldenin eklenmesi ile bulunur.

159
+ 1 Elde toplam sonucuna eklenir

$(15A)_{16}$

2.6.KODLAR VE KODLAMA

Sayısal sistemler için oluşturulmuş birçok farklı kod vardır ve her biri tasarlanmış oldukları işler için en ideal çözümleri sunmaktadırlar. Temel olarak kodlama iki küme arasında karşılığı tanımlanmış temel kurallar dizini olarak tanımlanır. Sayısal sistemlerin ikili mantık seviyesi ile tanımlanmaları sayısal tasarımcıların Binary sayı sistemini ve aritmetiğini bilmelerini zorunlu hale getirmiştir. Ancak her uygulama için Binary Sayılarla çalışmak fazla basamak say ısı, uzun işlemler ve yüksek hata olasılığını ortaya çıkarmıştır. Bu nedenle kodlar sayısal tasarımcılara daha kolay ve kullanışlı çözümler sunmaktadırlar.

Kodlar kendi arasında sayısal ve alfanümerik olmak üzere iki temel türde incelenebilir.

2.6.1SAYISAL KODLAR

Yalnızca Sayısal karakterler için tanımlı olan kodlara sayısal kodlar adı verilebilir.Temel sayısal kodlar aşağıda anlatılmaktadır.

2.6.1.1.BCD KODU (BİNARY CODED DECİMAL CODE)

BCD kodlamada Decimal(Onlu) sayı sistemindeki her bir basamak kodlamadaki basamak ağırlığı yardımı ile dört bitlik karşılıkları yazılarak bulunur. Aşağıda en çok kullanılan BCD kodları anlatılmıştır.

2.6.1.1.A 8421 BCD KODU

Adından anlaşılabileceği gibi bu kodlamada en yüksek basamak ağırlığı (2^3) 8, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (2^1) 2 ve en düşük basamak ağırlığı (2^0) 1 olarak belirlenmiştir. Buna göre her bir Decimal Sayının dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır.

Aşağıdaki Tablo 2.6'da Decimal rakamların 8-4-2-1 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	8421
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000

9	1001

Tablo 2.6

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 8421 BCD kod karşılığını bulun

$$(19)_{10} = (\quad)_{8421}$$

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 8421 BCD karşılığı yazılarak bulunur;

$$1 \rightarrow 0001 \qquad 9 \rightarrow 1001 \qquad (19)_{10} = (00011001)_{8421}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(23,4)_{10} = (\qquad)_{8421}$
b- $(79)_{10} = (\qquad)_{8421}$
c- $(158)_{10} = (\qquad)_{8421}$
d-$(6231)_{10} = (\qquad)_{8421}$

2.6.1.1.B 84-2-1 BCD KODU

Bu kodlama temelinde 8421 BCD koduna benzemekle beraber basamak ağırlıklarının bir bölümün negatiftir. En yüksek basamak ağırlığı (2^3) 8, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (-2^1) -2 ve en düşük basamak ağırlığı (-2^0) -1 olarak belirlenmiştir. Buna göre her bir Decimal Sayının dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır.

Aşağıdaki tabloda Decimal rakamların 84-2-1 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	84-2-1
0	0000
1	0111
2	0110
3	0101
4	0100
5	1011
6	1010
7	1001
8	1000
9	1111

Tablo 2.7

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 84-2-1 BCD kod karşılığını bulun

$(275)_{10} = (\ )_{84\text{-}2\text{-}1}$

Çözüm:

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 84-2-1 BCD karşılığı yazılarak bulunur;

2	7	5
0110	1001	1011

$(275)_{10} = (011010011011)_{84\text{-}2\text{-}1}$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 84-2-1 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(19{,}7)_{10} = (\qquad)_{84\text{-}2\text{-}1}$
b- $(57)_{10} = (\qquad)_{84\text{-}2\text{-}1}$
c- $(618)_{10} = (\qquad)_{84\text{-}2\text{-}1}$

d-$(4239)_{10} = (\qquad)_{84\text{-}2\text{-}1}$

2.6.1.1.B 2421 BCD KODU

Bu kodlamada basamak ağırlıkları en yüksek basamak ağırlığı (2^1) 2, üçüncü basamak (2^2) 4, ikinci basamak (2^1) 2 ve en düşük basamak ağırlığı (2^0) 1 olarak belirlenmiştir. Decimal Sayının bu basamak ağırlıklarına göre dört bitlik karşılığı yazılarak kodlama tamamlanır. Aşağıda Tablo 2.8'de Decimal rakamların 2421 BCD Kod karşılığı verilmiştir.

Decimal	2421
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	1011
6	1100
7	1101
8	1110
9	1111

Tablo 2.8

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayının 2421 BCD kod karşılığını bulun

$$(49)_{10} = (\quad)_{2421}$$

Dönüştürme işlemi her bir Decimal rakamın dört bitlik 2421 BCD karşılığı yazılarak bulunur;

4 9

0100 1111

$$(49)_{10} = (01001111)_{2421}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(15)_{10} = (\qquad)_{2421}$

b- $(43)_{10} = (\qquad)_{2421}$

c- $(918)_{10} = (\qquad)_{2421}$

d-$(7319)_{10} = (\qquad)_{2421}$

2.6.1.2.ARTIK-3 (EXCESS-3) KODU

Decimal sayıların 8421 BCD kod karşılıklarına 3(0011) eklenerek elde edilir. Bu kodlama bazı aritmetik işlemlerde kolaylık sağlamasına rağmen tümleyen almadaki güçlükleri kullanımda azalamaya yol açmıştır.Aşağıda Tablo 2.9'da Decimal rakamların Artık-3 kod karşılıkları verilmiştir.

Decima	8421	Xs-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

Tablo 2.9

Örnek:

Aşağıdaki Decimal sayıları Artık-3 koduna dönüştürün.

a-$(5)_{10} = (\quad)_{Xs\text{-}3}$

5 __ 0101

+ 3 __ +0011

8 $\rightarrow$ 0100

$(5)_{10} = (0100)_{Xs\text{-}3}$

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların Artık-3 kod karşılıklarını bulunuz.

a- $(11,4)_{10}$ = ($)_{Xs\text{-}3}$

b- $(36)_{10}$ = ($)_{Xs\text{-}3}$

c- $(721)_{10}$ = ($)_{Xs\text{-}3}$

d-$(3315)_{10}$ =($)_{Xs\text{-}3}$

2.6.1.3.GRAY KODU

Yansımalı kodlar adıyla anılan Gray kodunda sayılar arasındaki geçişte sadece bir bit değişir. Bu kodlamanın basamak ağırlığı olmadığından aritmetik işlemlerde kullanılması mümkün değildir. Ancak hatayı azaltığından özellikle Analog-Sayısal dönüştürücülerde, bilgisayar kontrollü cihazlarda oldukça tercih edilen bir kodlamadır.

2.6.1.3.1 BİNARY(İKİLİK) SAYILARIN GRAY KODUNA DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Binay(İkilik) sayıları Gray Koduna dönüştürürken;

a) En yüksek değerlikli (MSB) bit aşağı indirilir .
b) Her bit solundaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır.
c) Bu işlem en düşük değerlikli (LSB) bite kadar devam eder.
d) Elde edilen sayı, Binary sayının Gray kod karşılığıdır.

Not Decimal Sayıların Gray koduna dönüştürülmesi istenirse Decimal Sayının öncelikle Binary karşılığı bulunur.

Örnek:

Aşağıdaki Decimal sayıları Gray koduna dönüştürün.

Çözüm:

$(45)_{10} = (\ \ )_{GRAY}$ sayısının Binary karşılığı

$(45)_{10} = (101101)_2$ olacaktır.

I.Adım En yüksek değerlikli bit MSB Gray Kodunun 1. basamağını oluşturur.

1	0	1	1	0	1	Binary
↓						
1						Gray

II.Adım En yüksek değerlikli bit sağındaki bitle elde dikkate alınmaksızın toplanır

1	+	0	1	1	0	1	Binary
		↓					
1		1					Gray